

ИФО | 01.03.04 | ПМ | 6-й семестр

Строительные конструкции

Лекция №20



НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ

**СТРОИТЕЛЬНЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ**

www: mgsu.ru/universityabout/Struktura/Kafedri/ZhBK/

e-mail: gbk@mgsu.ru; dpekin@mail.ru

тел.: +7 495 287 49 14 доб. 3036, 3084

Пекин Дмитрий Анатольевич, доцент, к.т.н.

Лекция №20 – Железобетонные конструкции

Расчет железобетонных конструкций (ЖБК) по I предельному состоянию:

- Общие положения
- Внецентренно сжатые элементы по нормальным сечениям
- Изгибаемые элементы прямоугольного сечения по нормальным сечениям
- Изгибаемые элементы таврового (с полкой в сжатой зоне) или двутаврового сечения по нормальным сечениям
- Местное сжатие элементов

Общие положения расчета ЖБК по прочности

Выполняется комплекс расчетов на действие изгибающих моментов, продольных сил, поперечных сил, крутящих моментов и на местное действие нагрузки (местное сжатие, продавливание)

- Расчет при действии изгибающих моментов и продольных сил (внецентренное сжатие или растяжение) следует производить для **сечений**, нормальных к их продольной оси на основе **нелинейной** деформационной модели (НДМ) согласно п. 8.1.20-8.1.30 СП 63 или допускается для **простых** поперечных сечений (прямоугольник, тавр, двутавр) по **предельным усилиям**
- Расчет при действии поперечных сил (и изгибающего момента) производят на основе **модели наклонных сечений**
- Расчет при действии крутящего момента (и изгибающего момента или поперечной силы) производят на основе **модели пространственных сечений**

Расчет ЖБК по НДМ (п. 5.2.8, 5.2.9 СП 63)

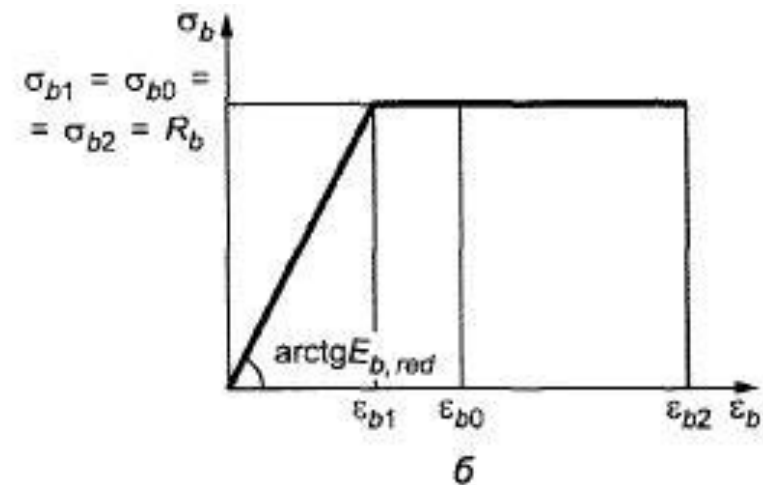
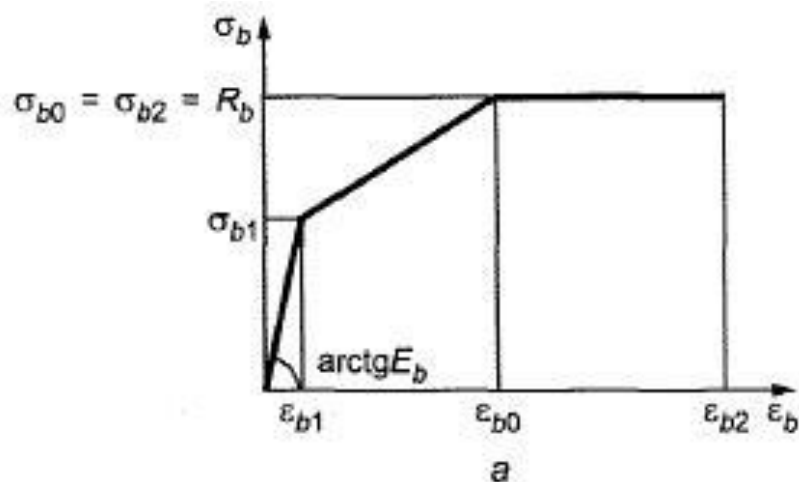
Расчет железобетонных элементов по **нелинейной** деформационной модели производят на основе **диаграмм** состояния бетона и арматуры, исходя из **гипотезы** плоских сечений

При расчете **внецентренно** сжатых железобетонных элементов по **недеформированной** схеме следует учитывать случайный эксцентриситет и влияние продольного изгиба

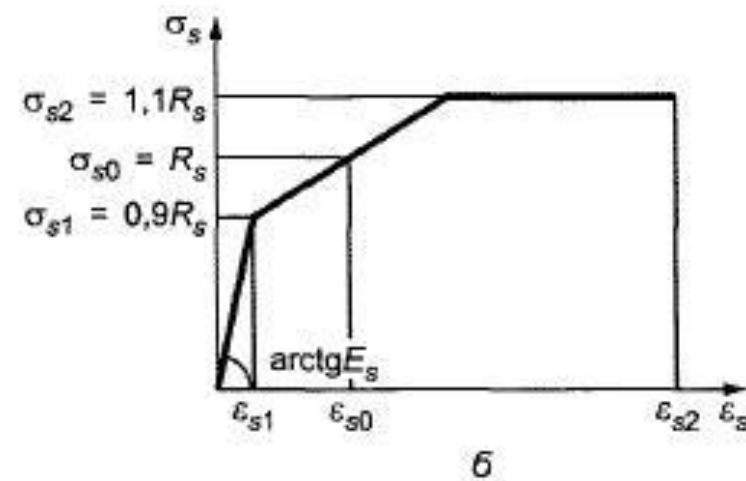
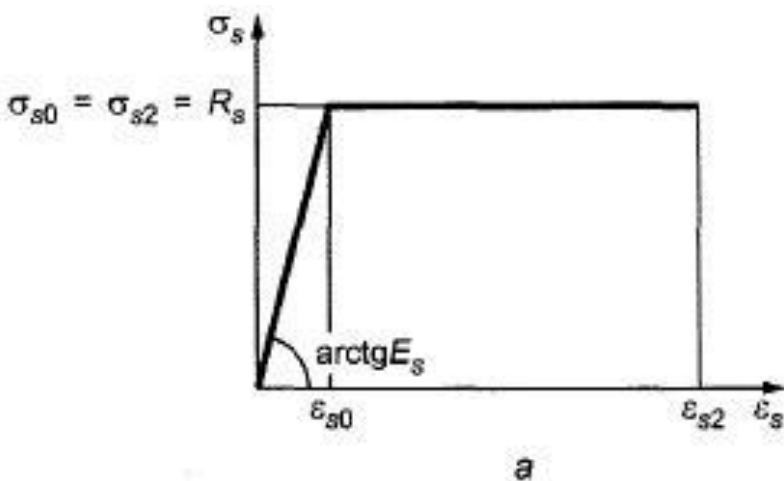
Критерием прочности нормальных сечений является достижение **предельных** относительных деформаций в **бетоне** или **арматуре**

Диаграммы состояния: напряжения-деформации

- а) и б) – трехлинейная и двухлинейная диаграммы состояния сжатого бетона, соответственно



- а) и б) – двухлинейная и трехлинейная диаграммы состояния растянутой арматуры, соответственно



Расчет ЖБК по НДМ (п. 8.1.20 СП 63)

Производят на основе **диаграмм** состояния (σ - ε) бетона и арматуры с учетом следующих положений:

- Распределение относительных деформаций бетона и арматуры по высоте сечения принимают по **линейному** закону (**гипотеза плоских сечений**)
- Связь между осевыми **напряжениями** и относительными **деформациями** бетона и арматуры принимают в виде **диаграмм** состояния бетона и арматуры
- Сопротивление бетона растянутой зоны допускается **не учитывать** за исключением отдельных случаев (например, для ЖБК, в которых не допускается образование трещин)

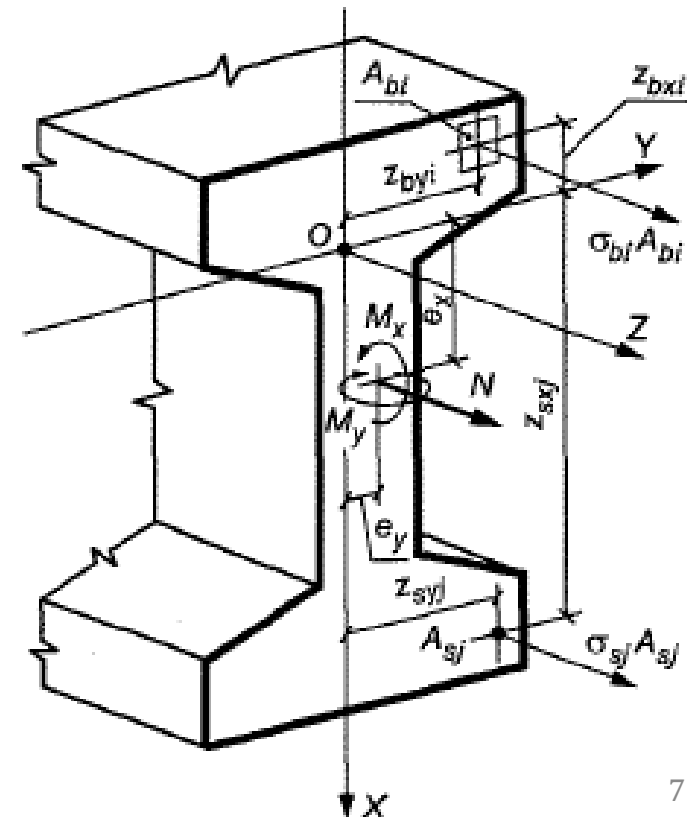
Нормальное сечение при расчете по НДМ

Переход от эпюры **напряжений** в бетоне к обобщенным внутренним **усилиям** определяют с помощью процедуры численного интегрирования напряжений по нормальному сечению

Для этого нормальное сечение условно разделяют на малые участки:

- При косом внецентренном сжатии (растяжении) и косом изгибе – по высоте и ширине сечения
- При внецентренном сжатии (растяжении) и изгибе в плоскости оси симметрии поперечного сечения элемента – только по высоте сечения

Напряжения в пределах малых участков принимают **равномерно распределенными** (усредненными)



Уравнения равновесия

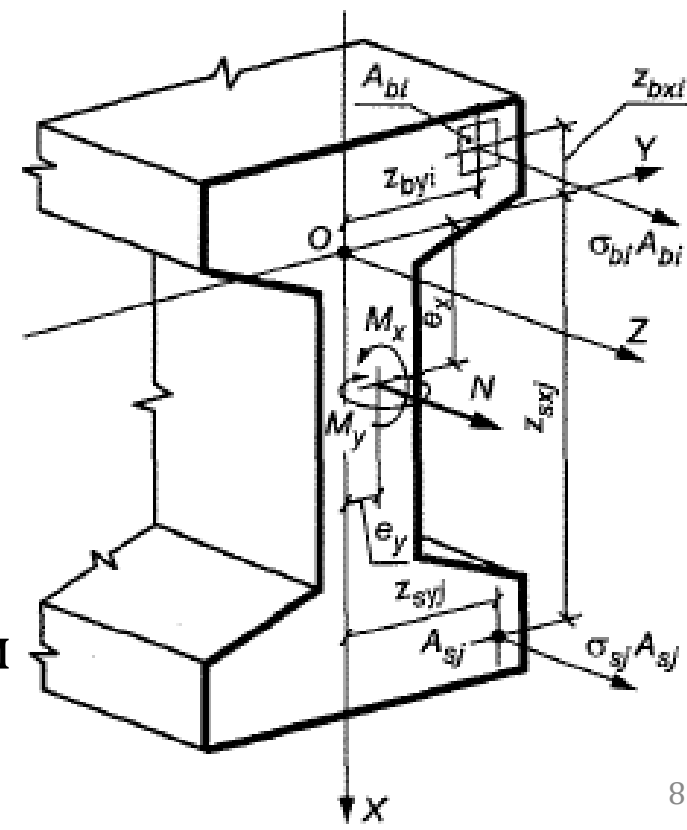
Внешних сил и внутренних усилий при расчете нормальных сечений по прочности в общем случае:

$$M_x = \sum_i \sigma_{bi} \cdot A_{bi} \cdot z_{bxi} + \sum_j \sigma_{sj} \cdot A_{sj} \cdot z_{sxj}$$

$$M_y = \sum_i \sigma_{bi} \cdot A_{bi} \cdot z_{byi} + \sum_j \sigma_{sj} \cdot A_{sj} \cdot z_{syj}$$

$$N = \sum_i \sigma_{bi} \cdot A_{bi} + \sum_j \sigma_{sj} \cdot A_{sj}$$

где M_x, M_y – изгибающие моменты от внешней нагрузки относительно выбранных и располагаемых в пределах поперечного сечения элемента координатных осей (соответственно действующих в плоскостях XOZ и YOZ или параллельно им)



Уравнения деформаций

Определяющие их распределение по сечению элемента:

$$\varepsilon_{bi} = \varepsilon_0 + \frac{1}{r_x} z_{bxi} + \frac{1}{r_y} z_{byi} \quad \text{и} \quad \varepsilon_{sj} = \varepsilon_0 + \frac{1}{r_x} z_{sxj} + \frac{1}{r_y} z_{syj}$$

Зависимости, связывающие **напряжения** и относительные **деформации** бетона и арматуры:

$$\sigma_{bi} = E_b \cdot \nu_{bi} \cdot \varepsilon_{bi}$$

$$\sigma_{sj} = E_{sj} \cdot \nu_{sj} \cdot \varepsilon_{sj}$$

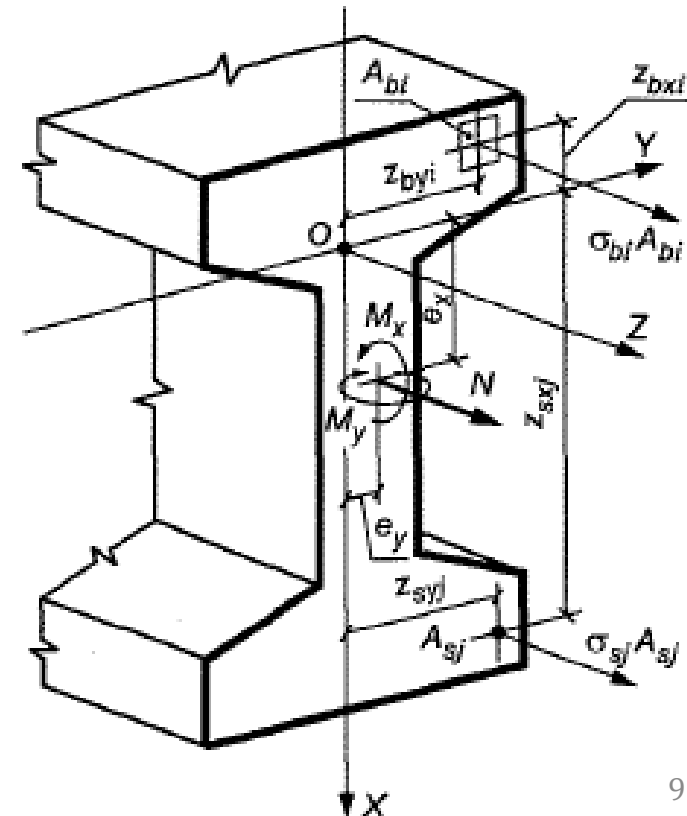
Изгибающие моменты от внешней нагрузки:

$$M_x = M_{xd} + N \cdot e_x$$

$$M_y = M_{yd} + N \cdot e_y$$

где M_{xd} , M_{yd} – изгибающие моменты, определяемые из статического расчета конструкции

N – продольная сила от внешней нагрузки



Параметры уравнений:

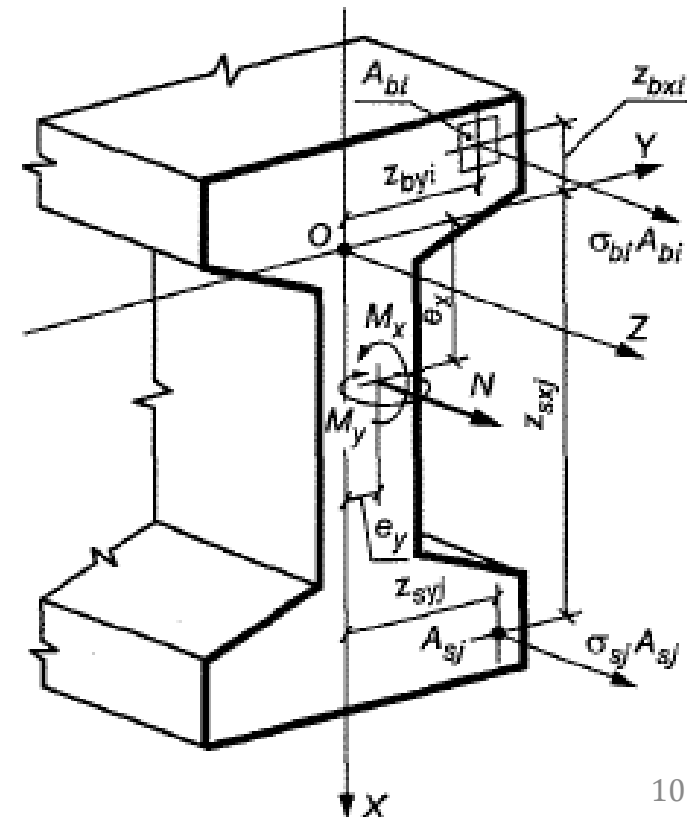
e_x, e_y – расстояния от точки приложения продольной силы N до соответствующих выбранных осей

$A_{bi}, z_{bxi}, z_{byi}, \sigma_{bi}$ – площадь, координаты центра тяжести i -го участка бетона и напряжение на уровне его центра тяжести

$A_{sj}, z_{sxj}, z_{syj}, \sigma_{sj}$ – площадь, координаты центра тяжести j -го стержня арматуры и напряжение в нем

ε_0 – относительная деформация волокна на пересечении выбранных осей (в точке 0)

$1/r_x, 1/r_y$ – кривизна продольной оси в рассматриваемом поперечном сечении элемента в плоскостях действия изгибающих моментов M_x и M_y



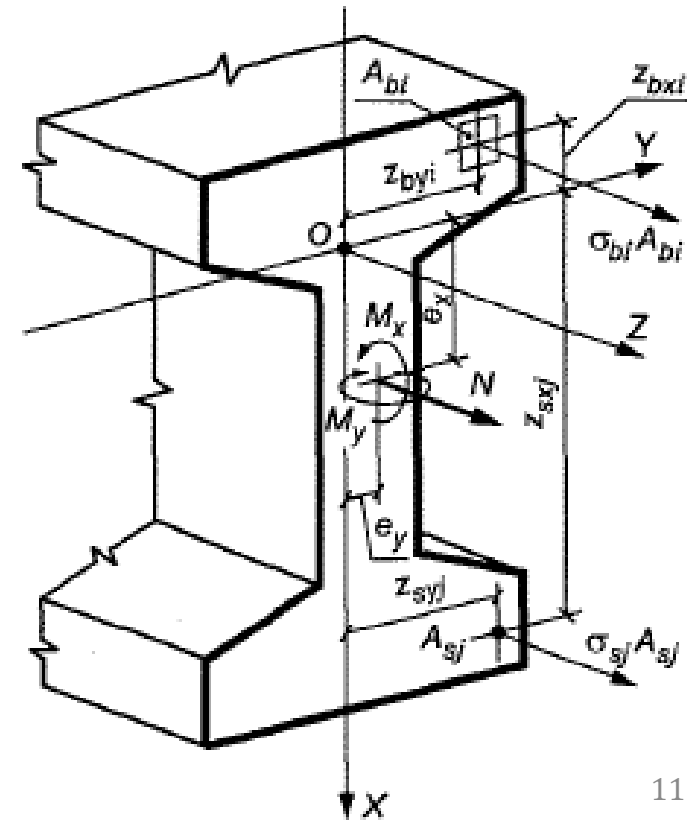
Параметры уравнений:

E_b – начальный модуль упругости бетона

E_{sj} – модуль упругости j -го стержня арматуры

ν_{bi} и ν_{sj} – коэффициенты упругости i -го участка бетона и j -го стержня арматуры, которые принимают по соответствующим диаграммам состояния бетона и арматуры

$1/r_x$, $1/r_y$ – кривизна продольной оси в рассматриваемом поперечном сечении элемента в плоскостях действия изгибающих моментов M_x и M_y



Расчет нормальных сечений ЖБЭ (п. 8.1.24 СП 63)

По прочности на основе НДМ производят из условий:

$$|\varepsilon_{b,max}| \leq \varepsilon_{b,ult} \quad \text{и} \quad |\varepsilon_{s,max}| \leq \varepsilon_{s,ult}$$

где $\varepsilon_{b,max}$ – относительная деформация наиболее сжатого волокна бетона в нормальном сечении элемента от действия внешней нагрузки

$\varepsilon_{s,max}$ – относительная деформация наиболее растянутого стержня арматуры в нормальном сечении элемента от действия внешней нагрузки

$\varepsilon_{b,ult}$ – предельное значение относительной деформации бетона при сжатии, принимаемое согласно п. 8.1.30 СП 63.13330

$\varepsilon_{s,ult}$ – предельное значение относительной деформации удлинения арматуры, принимаемое согласно п. 8.1.30 СП 63.13330

Расчет ЖБК по предельным усилиям (п. 5.2.7 СП 63)

Выполняется в опасных нормальных сечениях на основе определения предельных усилий, воспринимаемых бетоном и арматурой, с учетом следующих положений:

- Сопротивление бетона **растяжению** не учитывается
- Напряжения в **сжатой** зоне бетона равны расчетному сопротивлению бетона сжатию R_b и равномерно распределены по сжатой зоне бетона
- Растягивающие и сжимающие напряжения в арматуре принимаются не более расчетного сопротивления арматуры растяжению R_s и сжатию R_{sc}
- Предельные усилия, воспринимаемые сжатым бетоном и арматурой, равны предельным усилиям в растянутой арматуре

При расчете внецентренно сжатых железобетонных элементов следует учитывать случайный эксцентриситет и влияние продольного изгиба

Ограничение высоты сжатой зоны (п. 8.1.6 СП 63)

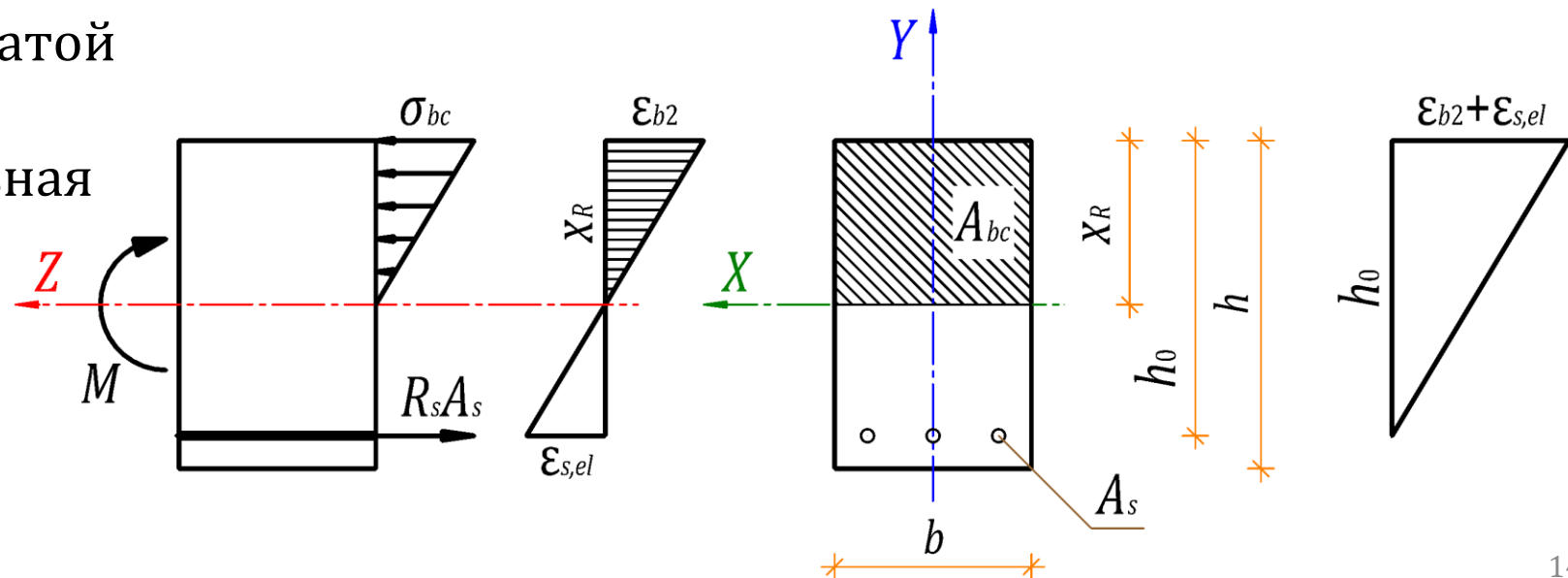
Высоту сжатой зоны бетона необходимо ограничить из соображений его предельной сжимаемости:

$$\frac{x_R}{0,8\varepsilon_{b2}} = \frac{h_0}{\varepsilon_{b2} + \varepsilon_{s,el}} \rightarrow \xi_R = \frac{x_R}{h_0} = \frac{0,8}{1 + \frac{\varepsilon_{s,el}}{\varepsilon_{b2}}} = \frac{0,8\varepsilon_{b2}}{\varepsilon_{b2} + \varepsilon_{s,el}}$$

где ξ_R – граничная относительная высота сжатой зоны бетона

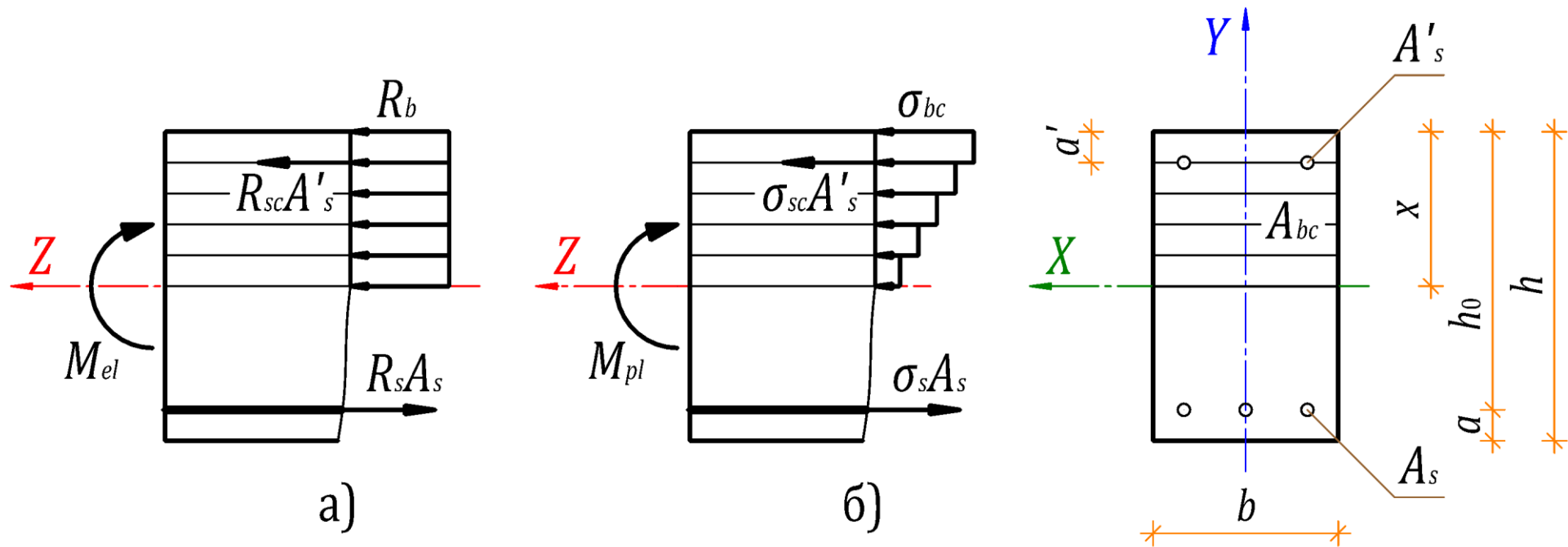
$\varepsilon_{b2} = 0,0035$ – относительная деформация бетона при непродолжительном действии нагрузки

$\varepsilon_{s,el} = \frac{R_s}{E_s}$ – относительная деформация стали



Эпюры нормальных напряжений в сечении:

- а) – эпюра, принимаемая для расчетов ЖБК по предельным усилиям после выполнения линейных расчетов
- б) – эпюра, принимаемая для расчетов ЖБК на основе нелинейной деформационной модели



Сложности расчетов, свойственные ЖБК:

- Прочность бетона на сжатие и растяжение отличается
- Образование и раскрытие нормальных и наклонных трещин в растянутых зонах и уменьшение геометрических характеристик поперечных сечений
- Снижение модуля упругости сжатого бетона при росте напряжений
- Изменение высоты сжатой зоны бетона по мере нагружения
- Ползучесть в сжатом бетоне
- Заметное влияние характера армирования на разрушение
- Завышение значений нормальных напряжений по результатам расчетов с использованием теорий изгиба стержней и пластин в опорных зонах конструкций

Узлы сопряжения железобетонных конструкций

Между собой можно разделить на следующие группы:

- Шарнирные узлы, характеризуются передачей поперечных и/или продольных усилий между конструктивными элементами. Например, сборная ж/б плита или балка при соединении только по нижней грани с опорной конструкцией при помощи анкерных болтов или сварки закладных деталей
- Жесткие узлы, характеризуются передачей поперечных, продольных и изгибающих усилий между конструктивными элементами. Например, большинство узлов сопряжений различного вида монолитных железобетонных конструкций
- Податливые узлы, включают в себя как шарнирные, так и жесткие с ограничением возможности передачи тех или иных усилий и наиболее близко к действительности характеризуют сопряжение конструкций и НДС конструктивной системы в целом

Характеристики узлов сопряжения ЖБК

Играют важную роль в определении НДС и в различного вида расчетах:

- Любые типы узлов в расчетных моделях должны учитывать возможные эксцентриситеты при передаче опорных реакций на нижележащие конструкции, например, посредством добавления на концах стержней «жестких вставок» длиной равной половине габаритного размера сечения опорной конструкции или его суммы с длиной консоли при ее наличии
- В монолитных зданиях и сооружениях при создании расчетных моделей обязательно должен учитываться принятый характер армирования, например, при отсутствии надпорной арматуры или ее требуемой анкеровки узел сопряжения должен быть шарнирным
- Особая роль характеристик узлов сопряжения при определении расчетных длин сжатых элементов и их расчетов на устойчивость

Расчет внецентренно сжатых ЖБЭ (п. 8.1.14 СП 63)

Прямоугольного сечения выполняется по формуле:

$$N \cdot e \leq M_{ult} = R_b \cdot b \cdot x(h_0 - x/2) + R_{sc} \cdot A'_s(h_0 - a')$$

где N – продольная сила от внешней нагрузки;

$$e = e_0 \cdot \eta + \frac{h_0 - a'}{2},$$

в статически неопределимых системах:

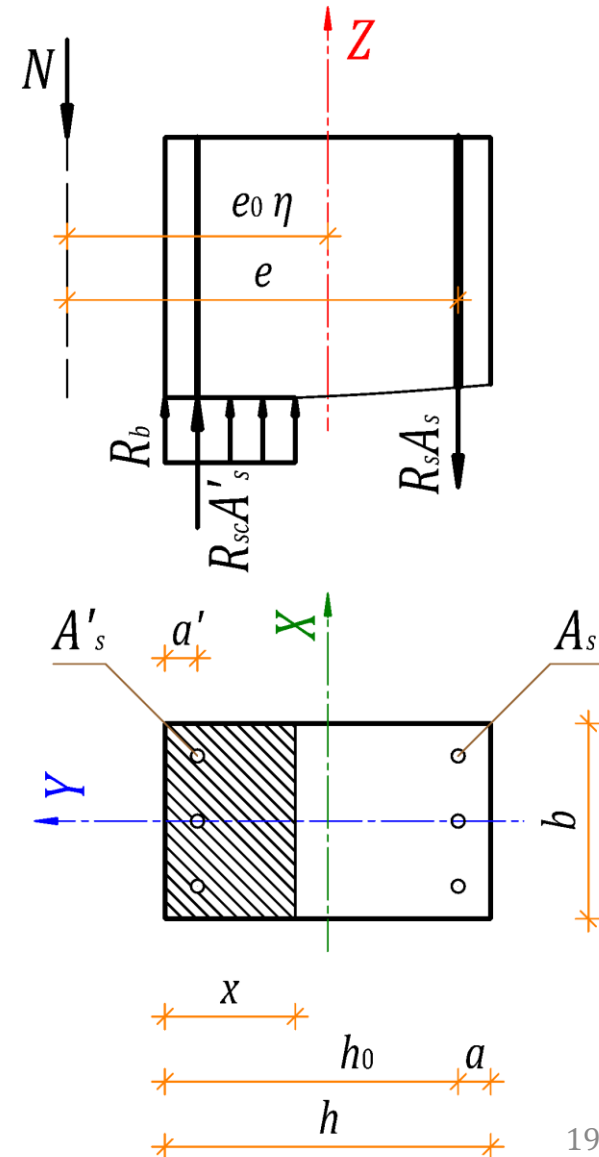
$e_0 = M/N$ – эксцентриситет силы N , при этом

$e_0 \geq e_a$ – случайный эксцентриситет не менее:

$1/600l$ или $1/30h$ или 10 мм

в статически определимых системах:

$$e_0 = M/N + e_{a,max}$$



Высота сжатой зоны бетона (п. 8.1.14 СП 63)

Прямоугольного сечения определяется по формуле:

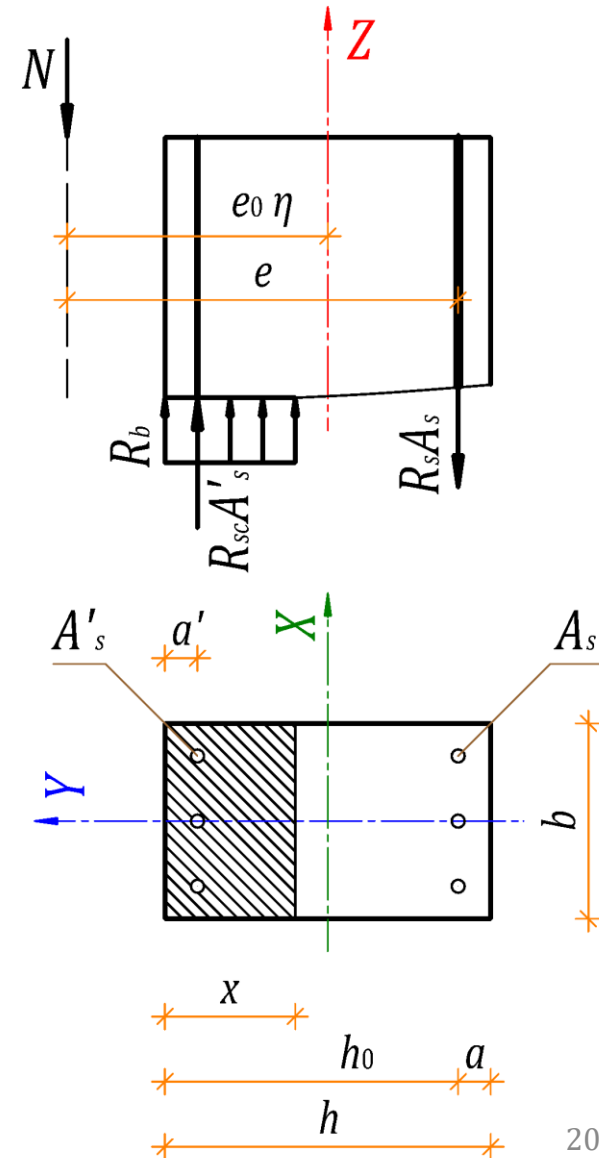
$$x = \frac{N + R_s \cdot A_s - R_{sc} \cdot A'_s}{R_b \cdot b},$$

в случае $\xi = \frac{x}{h_0} > \xi_R$ высота определяется по формуле:

$$x = \frac{N + R_s \cdot A_s \frac{1 + \xi_R}{1 - \xi_R} - R_{sc} \cdot A'_s}{R_b \cdot b + \frac{2R_s \cdot A_s}{h_0(1 - \xi_R)}}$$

Коэффициент, учитывающий влияние прогиба - $\eta > 1$:

$$\eta = \frac{1}{1 - \frac{N}{N_{cr}}}$$



Влияние прогиба (п. 8.1.15 СП 63)

N_{cr} – критическая сила (по Эйлеру):

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot D}{l_0^2} = \frac{\pi^2 (k_b \cdot E_b \cdot I + k_s \cdot E_s \cdot I_s)}{l_0^2} > N,$$

где $I = \frac{b \cdot h^3}{12}$ – момент инерции бетона;

$I_s = A_s (h/2 - a)^2 + A'_s (h/2 - a')^2$ – момент инерции арматуры;

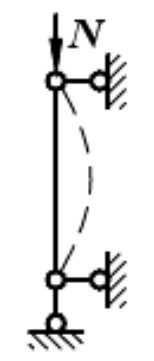



E_b и E_s – модуль упругости бетона и арматуры соответственно;

$l_0 = \mu \cdot l$ – расчетная длина элемента, μ – коэффициент расчетной длины;

$$k_s = 0,7 \text{ и } k_b = \frac{0,15}{\varphi_l (0,3 + \delta_e)}, \quad \text{где } \varphi_l = 1 + \frac{M_l}{M} = 1 + \frac{N_l (e_l + h/2 - a)}{N (e_0 + h/2 - a)} < 2;$$

$\delta_e = \frac{e_0}{h}$ – относительный эксцентриситет $0,15 \leq \delta_e \leq 1,5$;

D – жесткость железобетонного элемента в предельной по прочности стадии

Схема закрепления элемента				
μ	1,0	0,7	0,5	2,0

Коэффициент расчетной длины μ (п. 8.1.17 СП 63)

Схема закрепления элемента	μ
а) для элементов с шарнирным опиранием на двух концах	1,0
б) для элементов с жесткой заделкой (исключающей поворот опорного сечения) на одном конце и незакрепленным другим концом (консоль)	2,0
в) для элементов с шарнирным несмещаемым опиранием на одном конце, а на другом конце:	
- с жесткой (без поворота) заделкой	0,7
- с податливой (допускающей ограниченный поворот) заделкой	0,9
г) для элементов с податливым шарнирным опиранием (допускающим ограниченное смещение опоры) на одном конце, а на другом конце:	
- с жесткой (без поворота) заделкой	1,5
- с податливой (с ограниченным поворотом) заделкой	2,0
д) для элементов с несмещаемыми заделками на двух концах:	
- жесткими (без поворота)	0,5
- податливыми (с ограниченным поворотом)	0,8
е) для элементов с ограниченно смещаемыми заделками на двух концах:	
- жесткими (без поворота)	0,8
- податливыми (с ограниченным поворотом)	1,2

Пример 1. Внецентренно сжатая железобетонная колонна

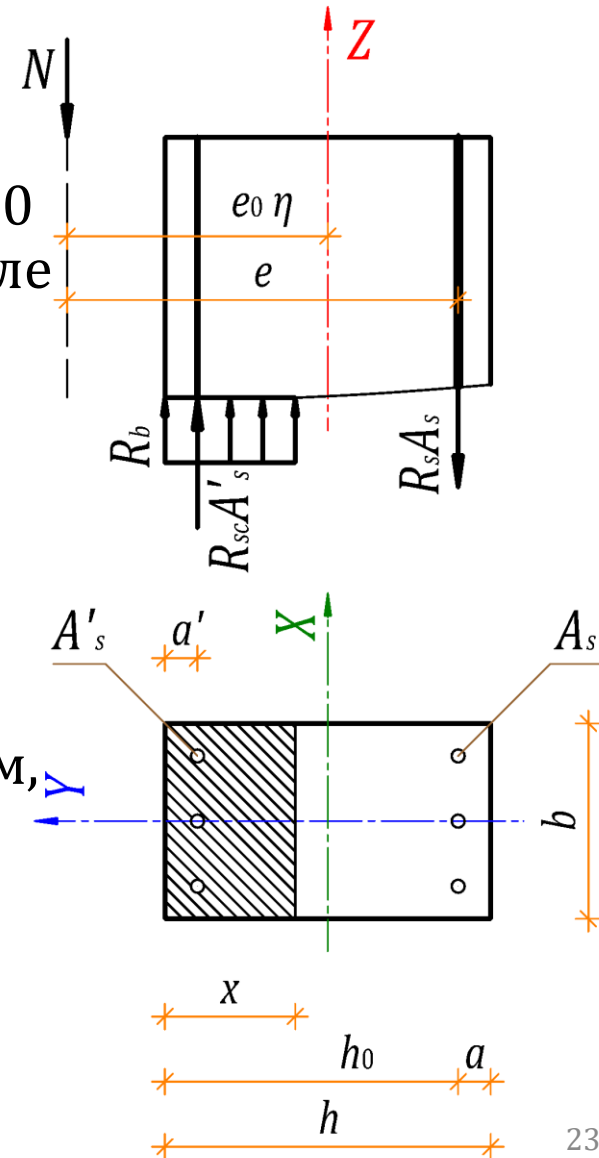
Дано: монолитная железобетонная колонна сечением $b \times h$ – 300×500 мм высотой $l = 3,0$ м, $a = a' = 50$ мм, бетон класса В15 ($E_b = 24000$ МПа, $R_b = 8,5$ МПа), арматура класса А400 ($E_s = 200000$ МПа, $R_s = R_{sc} = 340$ МПа), полная нагрузка $N = 1100$ кН, в том числе постоянная и длительная нагрузка $N_l = 880$ кН, эксцентриситет $e_{0y} = e_l = 100$ мм, шарнирные узлы сопряжения – коэффициент расчетной длины $\mu = 1$, симметричное армирование, момент инерции бетона относительно оси X – $I_x = 3125 \cdot 10^{-6}$ м⁴

Определяем случайный эксцентриситет e_a :

$$e_a = \frac{l}{600} = \frac{3000}{600} = 5 \text{ мм или } e_a = \frac{h}{30} = \frac{500}{30} = 17 \text{ мм или } e_a = 10 \text{ мм,}$$

сравниваем его с заданным по условиям задачи – $e_a \leq e_0 = 100$ мм

Зададимся площадью продольной арматуры – $A_s = A'_s = 1140$ мм² (по 3 стержня $\varnothing 22$ мм у каждой грани)



Пример 1. Определение критической силы N_{cr}

Определяем коэффициент влияния длительности действия нагрузки φ_l и относительный эксцентриситет δ_e :

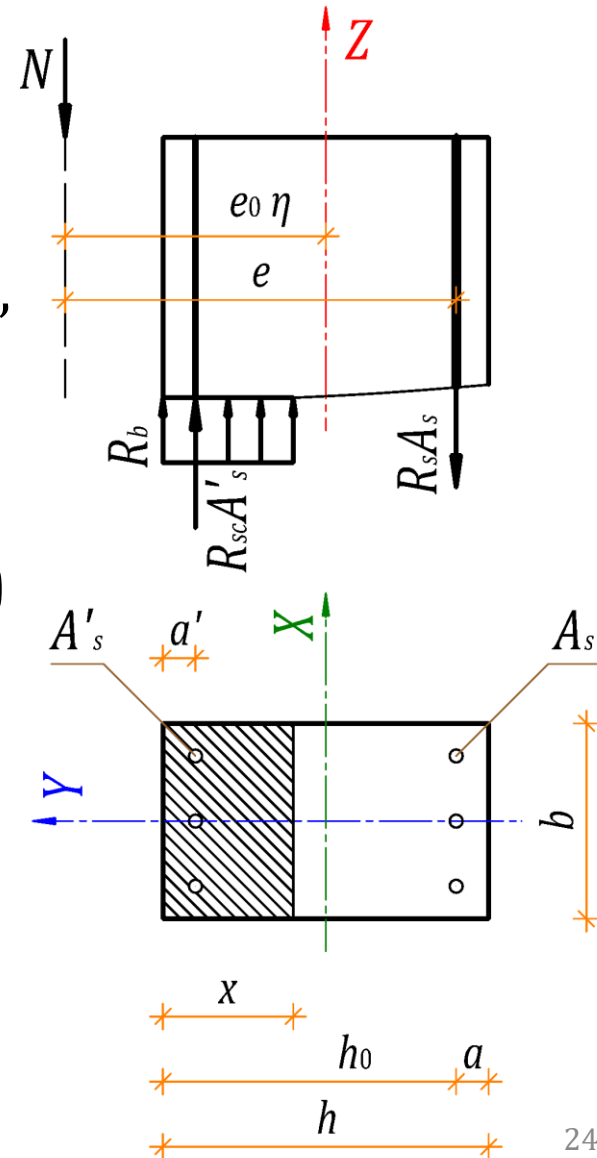
$$\varphi_l = 1 + \frac{N_l(e_l + h/2 - a)}{N(e_0 + h/2 - a)} = 1 + \frac{1600(100 + 500/2 - 50)}{2000(100 + 500/2 - 50)} = 1,8 < 2,$$

$$\delta_e = \frac{e_0}{h} = \frac{100}{500} = 0,2 \quad (0,15 \leq \delta_e \leq 1,5)$$

для нахождения коэффициента k_b (снижения изгибной жесткости) и изгибной жесткости в предельной стадии D :

$$k_s = 0,7 \quad \text{и} \quad k_b = \frac{0,15}{\varphi_l(0,3 + \delta_e)} = \frac{0,15}{1,8(0,3 + 0,2)} = 0,17$$

$$D = k_b \cdot E_b \cdot I + k_s \cdot E_s \cdot I_s = 0,17 \cdot 24 \cdot 10^6 \cdot 3125 \cdot 10^{-6} + \\ + 0,7 \cdot 200 \cdot 10^6 \cdot 91 \cdot 10^{-6} = 25490 \text{ кНм}^2$$



Пример 1. Определение высоты сжатой зоны бетона x

Определяем критическую силу в предельной стадии N_{cr} :

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot D}{l_0^2} = \frac{3,14^2 \cdot 25490}{3,0^2} = 27925 \text{ кН}$$

Определяем коэффициент влияния прогиба η , эксцентриситет e и высоту сжатой зоны бетона x :

$$\eta = \frac{1}{1 - \frac{1100}{27925}} = 1,05 \quad \text{и} \quad e = e_0 \eta + \frac{h_0 - a'}{2} = 0,1 \cdot 1,05 + \frac{0,45 - 0,05}{2} = 0,305 \text{ м}$$

$$x = \frac{N + R_s \cdot A_s - R_{sc} \cdot A'_s}{R_b \cdot b} = \frac{1100 + (340 \cdot 1140 - 340 \cdot 1140) \cdot 10^{-3}}{8,5 \cdot 10^3 \cdot 0,3} = 0,43 \text{ м}$$

Сравниваем относительную высоту сжатой зоны с предельной:

$$\xi = \frac{x}{h_0} = \frac{0,43}{0,5} = \mathbf{0,86} > \xi_R = \frac{0,8 \varepsilon_{b2}}{\varepsilon_{b2} + \varepsilon_{s,el}} = \frac{0,8 \cdot 0,0035}{0,0035 + 0,0017} = \mathbf{0,54}$$

Пример 1. Уточнение высоты сжатой зоны бетона x

В связи $\xi = \frac{x}{h_0} > \xi_R$ по формуле:

$$x = \frac{N + R_s A_s \frac{1 + \xi_R}{1 - \xi_R} - R_{sc} A'_s}{R_b b + \frac{2R_s A_s}{h_0(1 - \xi_R)}} = \frac{1100 + (340 \cdot 1140 \cdot \frac{1,54}{0,46} - 340 \cdot 1140) \cdot 10^{-3}}{8,5 \cdot 10^3 \cdot 0,3 + \frac{2 \cdot 340 \cdot 1140 \cdot 10^{-3}}{0,45 \cdot 0,46}} = 0,32 \text{ м}$$

Определяем предельный изгибающий момент сечения M_{ult} :

$$\begin{aligned} M_{ult} &= R_b \cdot b \cdot x \left(h_0 - \frac{x}{2} \right) + R_{sc} \cdot A'_s (h_0 - a') = \\ &= 8,5 \cdot 10^3 \cdot 0,3 \cdot 0,32 \cdot \left(0,45 - \frac{0,32}{2} \right) + 340 \cdot 1140 \cdot (0,45 - 0,05) \cdot 10^{-3} = 346,8 \text{ кНм} \end{aligned}$$

Проверяем прочность колонны при внецентренном сжатии:

$$Ne = 1100 \cdot 0,305 = 335,5 \text{ кНм} > M_{ult} \gamma_{b3} = 346,8 \cdot 0,85 = 294,8 \text{ кНм}$$

Пример 1. Результаты расчета на основе НДМ

АРБАТ (64-бит) - Сопротивление ж/б сечений

Файл Режимы Настройки Сервис Справка

Общие параметры Армирование Бетон Усилия Трещиностойкость Кривые взаимодействия

Конструктивное решение

Длина элемента: 3 м

Коэффициент расчетной длины в плоскости XoZ: 1

Коэффициент расчетной длины в плоскости XoY: 1

Случайный эксцентриситет по Z: 0 мм

Случайный эксцентриситет по Y: 0 мм

Предельная гибкость: 120

Кoeffициенты надежности по ответственности: 1

Кoeffициенты надежности по нагрузке: 1

Кoeffициенты надежности по длительной части: 0,8

Варианты расчета

Расчет по трещиностойкости

Статическая неопределимость

Огнестойкость:

Арматура	Класс
Продольная	A400
Поперечная	A240

b	h	a ₁	a ₂
мм	мм	мм	мм
300	500	50	50

Защитный слой

2018

Вычислить

Отчет

Справка

Диagramma факторов [СП 63.13330.2018]

Проверка	Кoeffициент	Загрузка
Прочность по предельной продольной силе сечения	0,584	1
Прочность по предельному моменту сечения	0,944	1
Деформации в сжатом бетоне	пп. 8.1.20-8.1.30 0,687	1
Деформации в растянутой арматуре	пп. 8.1.20-8.1.30 3,695e-004	1
Продольная сила при учете прогиба при гибкости L0/i>14	пп. 8.1.15, 7.1.11 0,15	1
Предельная гибкость в плоскости XoY	п. 10.2.2 0,289	1
Предельная гибкость в плоскости XoZ	п. 10.2.2 0,173	1

OK

Допускается расчет (п. 8.1.16 СП 63)

Прямоугольных сечений на внецентренное сжатие при $e_0 \leq h/30$ и $l_0 \leq 20h$ выполнять по формуле:

$$N \leq \varphi(R_b \cdot A + R_{sc} \cdot A_{s,tot}),$$

где N – действующая продольная сила;

$A = b \cdot h$ – площадь поперечного сечения;

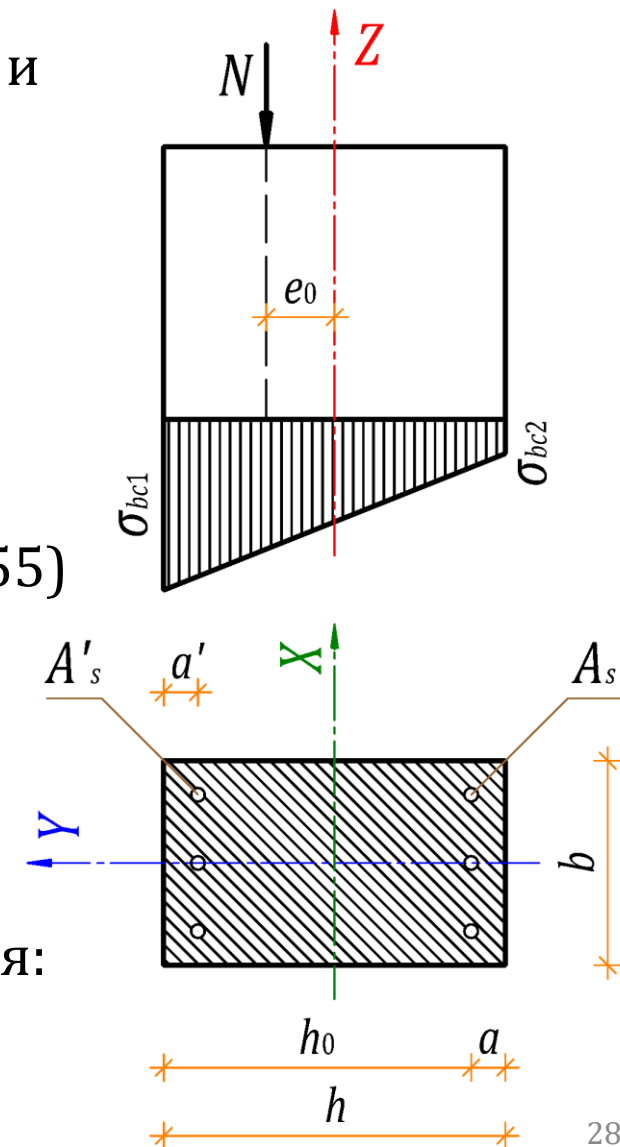
$A_{s,tot} = A_s + A'_s$ – площадь всей продольной арматуры;

φ – коэффициент продольного изгиба (для бетонов класса В20-В55) при длительном действии нагрузки по таблице:

l_0/h	6	10	15	20
φ_l	0,92	0,9	0,83	0,7

и при кратковременном действии по линейному закону, принимая:

$\varphi = 0,9$ при $l_0/h = 10$ и $\varphi = 0,85$ при $l_0/h = 20$



Расчет изгибаемых ЖБЭ (п. 8.1.8, 8.1.9 СП 63)

Прямоугольного сечения при $\xi = \frac{x}{h_0} \leq \xi_R$ по нормальным сечениям выполняется по формулам:

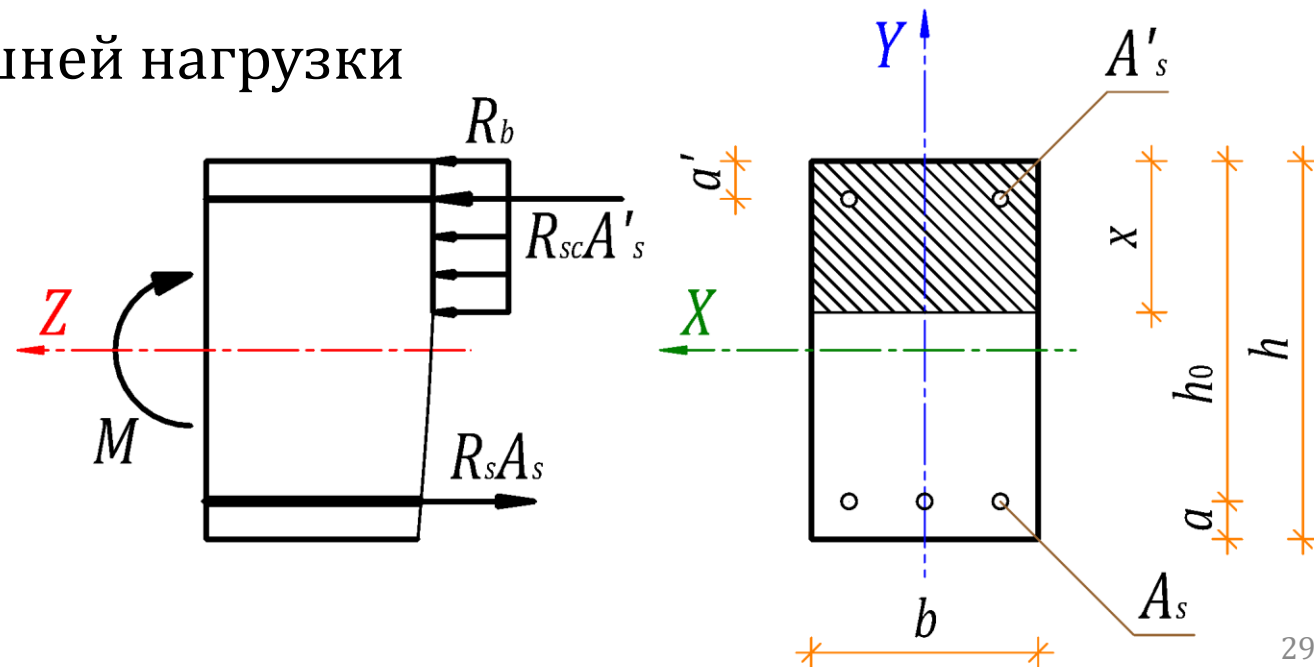
$$M \leq M_{ult,c} = R_b \cdot b \cdot x(h_0 - x/2) + R_{sc} \cdot A'_s(h_0 - a')$$

$$M \leq M_{ult,t} = R_s \cdot A_s(h_0 - x/2) + R_{sc} \cdot A'_s(x/2 - a')$$

где M – изгибающий момент от внешней нагрузки

Высота сжатой зоны бетона определяется по формуле:

$$x = \frac{R_s \cdot A_s - R_{sc} \cdot A'_s}{R_b \cdot b}$$



Пример 2. Железобетонная балка по нормальным сечениям

Дано: монолитная железобетонная балка сечением $b \times h - 300 \times 500$ мм пролетом $l = 3,0$ м, $a = a' = 50$ мм, бетон класса В25 ($E_b = 30000$ МПа, $R_b = 14,5$ МПа, $R_{bt} = 1,05$ МПа), арматура класса А500 ($E_s = 200000$ МПа, $R_s = 435$ МПа, $R_{sc} = 400(435)$ МПа), полная нагрузка $P_Y = 200$ кН, в том числе постоянная и длительная нагрузка $P_{Yl} = 160$ кН, приложенная на расстоянии $l_P = 1,0$ м от опор, шарнирные узлы сопряжения

Определим внутренние усилия M_1 и Q_1 методом сечений:

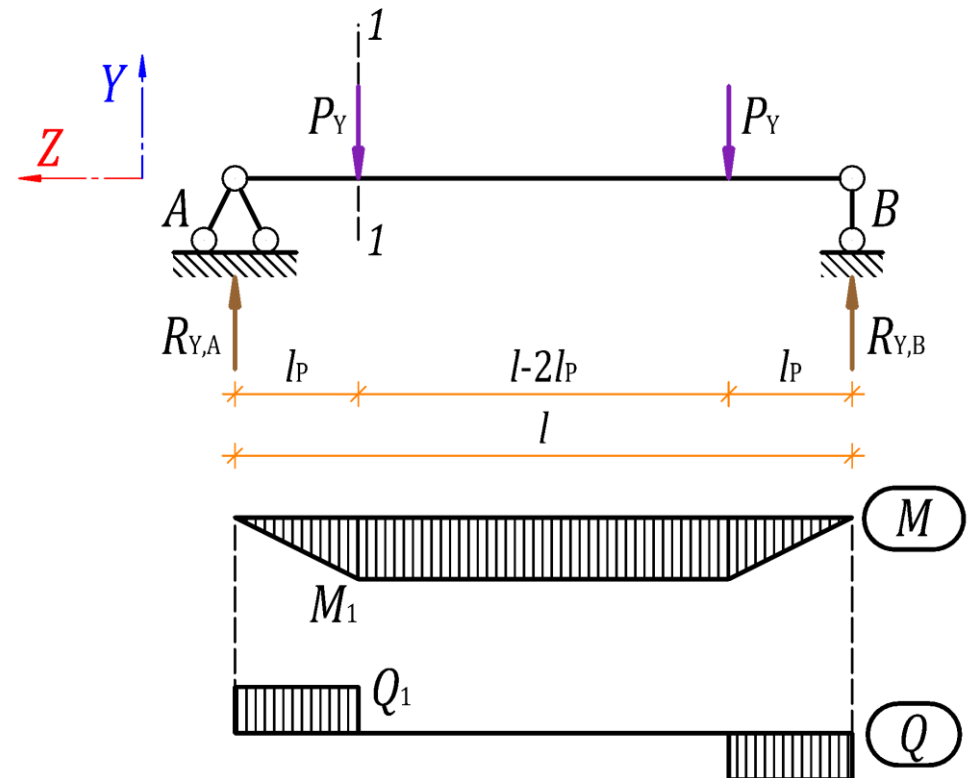
$$M_1 = R_{Y,A} \cdot l_P = 200 \cdot 1 = 200 \text{ кНм}$$

$$Q_1 = R_{Y,A} = P_Y = 200 \text{ кН}$$

Зададимся площадью продольной арматуры:

$A_s = 1140 \text{ мм}^2$ (3 стержня $\varnothing 22$ мм у нижней грани)

$A'_s = 226 \text{ мм}^2$ (2 стержня $\varnothing 12$ мм у верхней грани)



Пример 2. Высота сжатой зоны бетона x и условия прочности

Определяем высоту сжатой зоны бетона x :

$$x = \frac{R_s \cdot A_s - R_{sc} \cdot A'_s}{R_b b} = \frac{(435 \cdot 1140 - 400 \cdot 226) \cdot 10^{-3}}{14,5 \cdot 10^3 \cdot 0,3} = 0,093 \text{ м}$$

Сравниваем относительную высоту сжатой зоны с предельной:

$$\xi = \frac{x}{h_0} = \frac{0,093}{0,5} = 0,19 < \xi_R = \frac{0,8\varepsilon_{b2}}{\varepsilon_{b2} + \varepsilon_{s,el}} = \frac{0,8 \cdot 0,0035}{0,0035 + 0,0022} = 0,49$$

Проверяем выполнение условий прочности:

$$\begin{aligned} M &= \mathbf{200} \text{ кНм} \leq M_{ult,c} = R_b \cdot b \cdot x(h_0 - x/2) + R_{sc} \cdot A'_s(h_0 - a') = \\ &= 14,5 \cdot 10^3 \cdot 0,3 \cdot 0,093 \cdot (0,45 - 0,093/2) + 400 \cdot 226 \cdot 10^{-3} \cdot (0,45 - 0,05) = \mathbf{199,4} \text{ кНм} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M &= \mathbf{200} \text{ кНм} \leq M_{ult,t} = R_s \cdot A_s(h_0 - x/2) + R_{sc} \cdot A'_s(x/2 - a') = \\ &= 435 \cdot 1140 \cdot 10^{-3} \cdot (0,45 - 0,093/2) + 400 \cdot 226 \cdot 10^{-3} \cdot (0,093/2 - 0,05) = \mathbf{199,8} \text{ кНм} \end{aligned}$$

Пример 2. Результаты расчета на основе НДМ

АРБАТ (64-бит) - Сопротивление ж/б сечений

Файл Режимы Настройки Сервис Справка

Общие параметры Армирование Бетон Усилия Трещиностойкость Кривые взаимодействия

Конструктивное решение

Длина элемента м

Коэффициент расчетной длины в плоскости XoZ

Коэффициент расчетной длины в плоскости XoY

Случайный эксцентриситет по Z мм

Случайный эксцентриситет по Y мм

Предельная гибкость

Огнестойкость

Коэффициенты надежности по ответственности

надежности по нагрузке

длительной части

Варианты расчета

Расчет по трещиностойкости

Статическая неопределимость

Арматура	Класс
Продольная	A500
Поперечная	A500

b	h	a ₁	a ₂
мм	мм	мм	мм
300	500	50	50

Защитный слой

2018

Вычислить

Отчет

Справка

Диаграмма факторов [СП 63.13330.2018]

Проверка		Коэффициент		Загружение
Прочность по предельному моменту сечения		1,035		1
Деформации в сжатом бетоне	пп. 8.1.20-8.1.30	1,132		1
Деформации в растянутой арматуре	пп. 8.1.20-8.1.30	0,422		1
Прочность по бетонной полосе между наклонными сечениями	пп. 8.1.32, 8.1.34	0,349		1
Прочность по наклонным сечениям без поперечной арматуры	пп. 8.1.33, 8.1.34	2,892		1

OK

Расчет изгибаемых ЖБЭ (п. 8.1.8, 8.1.10 СП 63)

Таврового (со сжатой полкой) или двутаврового сечений при $\xi = \frac{x}{h_0} \leq \xi_R$ по нормальным сечениям выполняется по формуле:

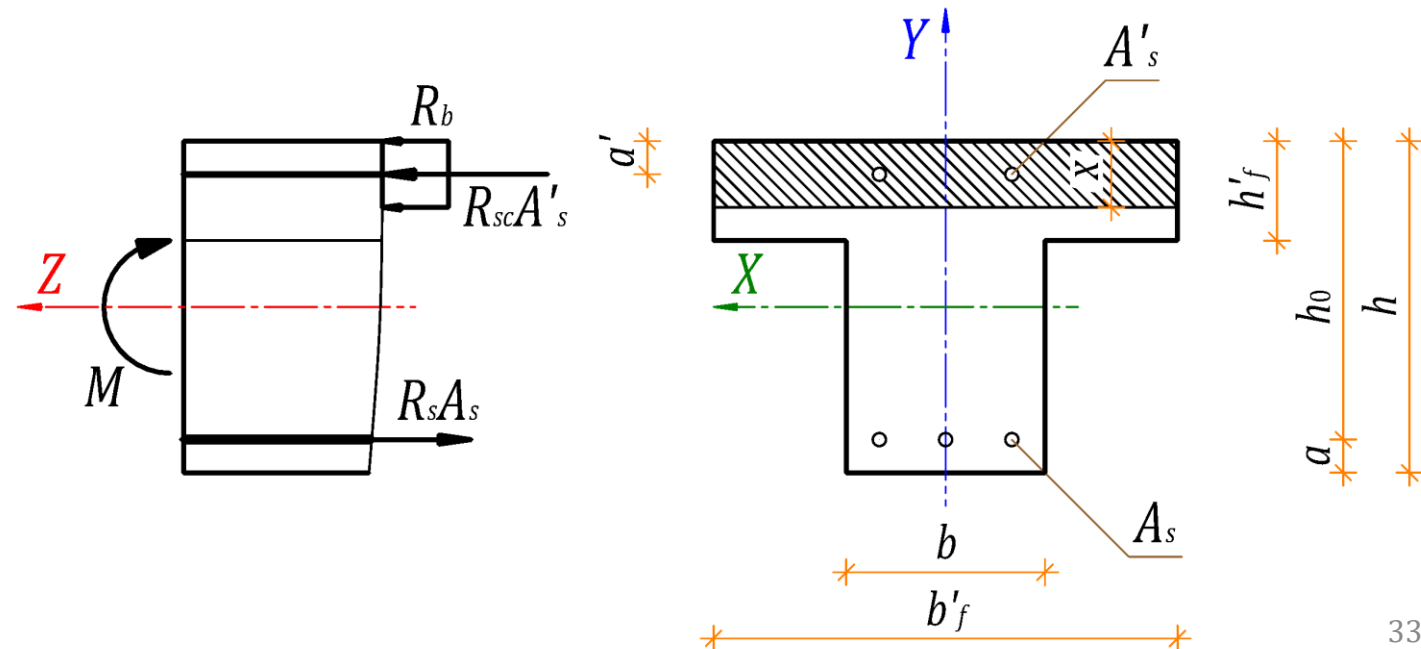
$$M \leq M_{ult} = R_b \cdot b'_f \cdot x(h_0 - x/2) + R_{sc} \cdot A'_s(h_0 - a')$$

при расположении границы сжатой зоны в полке – при соблюдении условия:

$$R_s \cdot A_s \leq R_b \cdot b'_f \cdot h'_f + R_{sc} \cdot A'_s$$

Высота сжатой зоны бетона определяется по формуле:

$$x = \frac{R_s \cdot A_s - R_{sc} \cdot A'_s}{R_b \cdot b'_f}$$



Пример 3. Железобетонная балка по нормальным сечениям

Дано: монолитная железобетонная балка из Примера 2 сечением $b \times h - 300 \times 500$ мм таврового сечения с полкой сечением $b'_f \times h'_f - 700 \times 100$ мм

Определяем положение границы сжатой зоны (в полке/ребре):

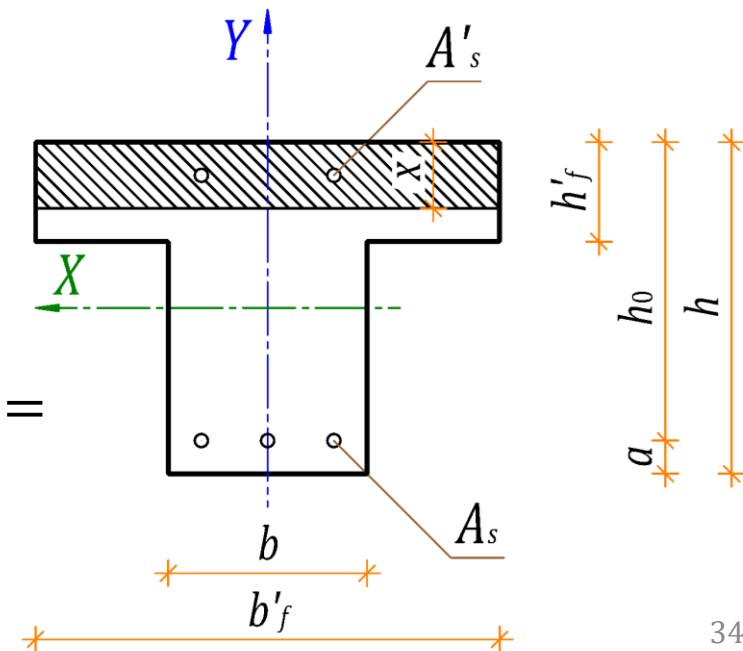
$$R_s \cdot A_s = 435 \cdot 1140 \cdot 10^{-3} = 495,9 \text{ кН} \leq R_b \cdot b'_f \cdot h'_f + R_{sc} \cdot A'_s = \\ = 14,5 \cdot 10^3 \cdot 0,7 \cdot 0,1 + 400 \cdot 226 \cdot 10^{-3} = 1105,4 \text{ кН (в полке)}$$

Определяем высоту сжатой зоны бетона x :

$$x = \frac{R_s A_s - R_{sc} A'_s}{R_b b'_f} = \frac{(435 \cdot 1140 - 400 \cdot 226) \cdot 10^{-3}}{14,5 \cdot 10^3 \cdot 0,7} = 0,04 \text{ м}$$

Проверяем выполнение условия прочности:

$$M = 200 \text{ кНм} \leq M_{ult} = R_b \cdot b'_f \cdot x (h_0 - x/2) + R_{sc} \cdot A'_s (h_0 - a') = \\ = 14,5 \cdot 10^3 \cdot 0,7 \cdot 0,04 \cdot (0,45 - 0,04/2) + \\ + 400 \cdot 226 \cdot 10^{-3} \cdot (0,45 - 0,05) = 210,7 \text{ кНм}$$



Пример 3. Результаты расчета на основе НДМ

АРБАТ (64-бит) - Сопротивление ж/б сечений

Файл Режимы Настройки Сервис Справка

Общие параметры Армирование Бетон Усилия Трещиностойкость Кривые взаимодействия

Конструктивное решение

Длина элемента 3 м

Коэффициент расчетной длины в плоскости XoZ 1

Коэффициент расчетной длины в плоскости XoY 1

Случайный эксцентриситет по Z 0 мм

Случайный эксцентриситет по Y 0 мм

Предельная гибкость 200

Кoeffициенты надежности по ответственности 1

надежности по нагрузке 1

длительной части 0

Варианты расчета

Расчет по трещиностойкости

Статическая неопределенность

Арматура Класс

Продольная A500

Поперечная A500

Огнестойкость

b	h	b ₁	h ₁	a ₁	a ₂
мм	мм	мм	мм	мм	мм
300	500	700	100	50	50

Защитный слой

а

Диagramma факторов [СП 63.13330.2018]

Проверка	Кoeffициент	Загрузка
Прочность по предельному моменту сечения	0,974	1
Деформации в сжатом бетоне	пп. 8.1.20-8.1.30 0,379	1
Деформации в растянутой арматуре	пп. 8.1.20-8.1.30 0,17	1
Прочность по бетонной полосе между наклонными сечениями	пп. 8.1.32, 8.1.34 0,349	1
Прочность по наклонным сечениям без поперечной арматуры	пп. 8.1.33, 8.1.34 2,892	1

Вычислить Факторы

Отчет Справка

2018

Расчет изгибаемых ЖБЭ (п. 8.1.8, 8.1.10 СП 63)

Таврового (со сжатой полкой) или двутаврового сечений при $\xi = \frac{x}{h_0} \leq \xi_R$ по нормальным сечениям выполняется по формуле:

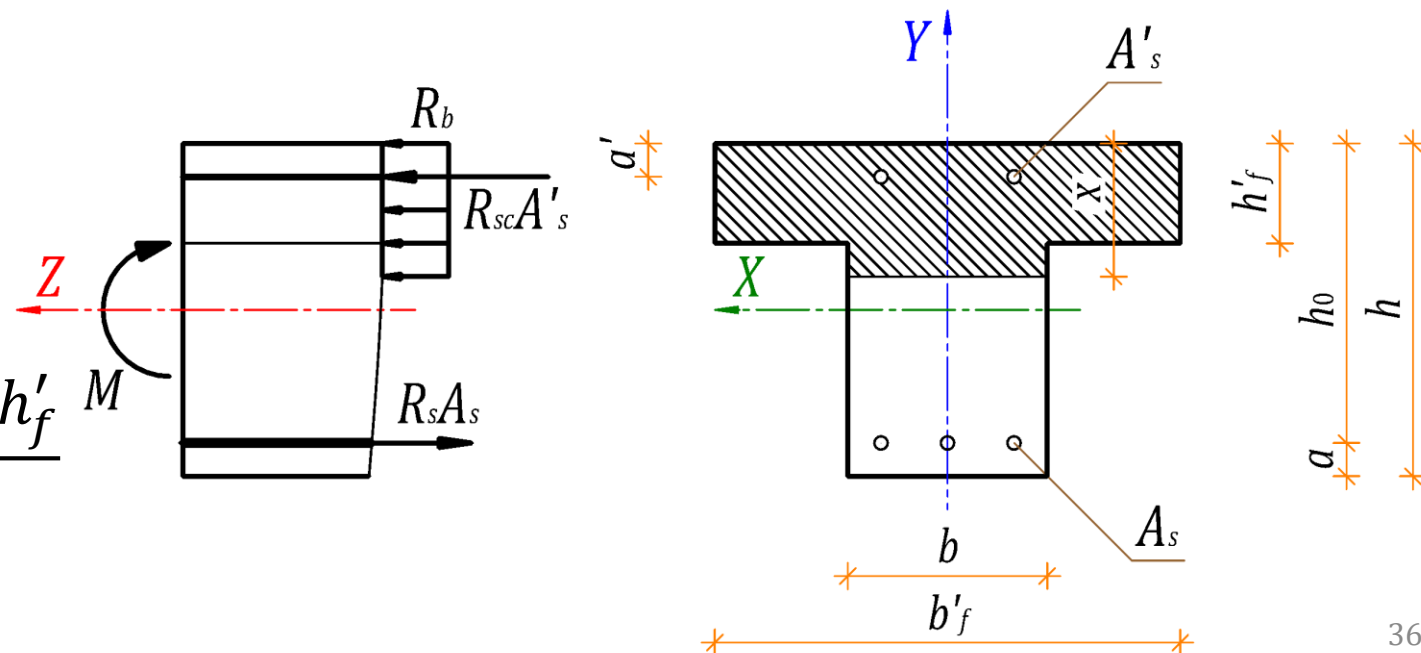
$$M \leq M_{ult} = R_b \cdot b \cdot x(h_0 - x/2) + R_b(b'_f - b)h'_f(h_0 - h'_f/2) + R_{sc} \cdot A'_s(h_0 - a')$$

при расположении границы сжатой зоны в ребре – при соблюдении условия:

$$R_s \cdot A_s > R_b \cdot b'_f \cdot h'_f + R_{sc} \cdot A'_s$$

Высота сжатой зоны бетона определяется по формуле:

$$x = \frac{R_s \cdot A_s - R_{sc} \cdot A'_s - R_b(b'_f - b)h'_f}{R_b \cdot b} M$$



Пример 4. Железобетонная балка по нормальным сечениям

Дано: монолитная железобетонная балка из Примера 3, $A_s = 3054 \text{ мм}^2$ (3 стержня $\text{Ø}36$ мм у нижней грани), $A'_s = 628 \text{ мм}^2$ (2 стержня $\text{Ø}20$ мм у верхней грани), $R_Y = 400 \text{ кН}$

Определяем положение границы сжатой зоны (в полке/ребре):

$$R_s \cdot A_s = 435 \cdot 3054 \cdot 10^{-3} = \mathbf{1328,5 \text{ кН}} > R_b \cdot b'_f \cdot h'_f + R_{sc} \cdot A'_s = \\ = 14,5 \cdot 10^3 \cdot 0,7 \cdot 0,1 + 400 \cdot 628 \cdot 10^{-3} = \mathbf{1266,2 \text{ кН}} \text{ (в ребре)}$$

Определяем высоту сжатой зоны бетона x :

$$x = \frac{R_s A_s - R_{sc} A'_s - R_b (b'_f - b) h'_f}{R_b b} = \frac{(435 \cdot 3054 - 400 \cdot 628) \cdot 10^{-3} - 14,5 \cdot 10^3 \cdot 0,4 \cdot 0,1}{14,5 \cdot 10^3 \cdot 0,3} = 0,114 \text{ м}$$

Проверяем выполнение условия прочности:

$$M = \mathbf{400 \text{ кНм}} \leq M_{ult} = R_b b x (h_0 - x/2) + R_b (b'_f - b) h'_f (h_0 - h'_f/2) + R_{sc} A'_s (h_0 - a') = \\ = 14,5 \cdot 10^3 \cdot 0,3 \cdot 0,114 \cdot (0,45 - 0,114/2) + 14,5 \cdot 10^3 \cdot (0,4) \cdot 0,1 \cdot (0,45 - 0,1/2) + \\ + 400 \cdot 628 \cdot 10^{-3} \cdot (0,45 - 0,05) = \mathbf{527,4 \text{ кНм}}$$

Пример 4. Результаты расчета на основе НДМ

АРБАТ (64-бит) - Сопротивление ж/б сечений

Файл Режимы Настройки Сервис Справка

Общие параметры Армирование Бетон Усилия Трещиностойкость Кривые взаимодействия

Конструктивное решение

Длина элемента 3 м

Коэффициент расчетной длины в плоскости XoZ 1

Коэффициент расчетной длины в плоскости XoY 1

Случайный эксцентриситет по Z 0 мм

Случайный эксцентриситет по Y 0 мм

Предельная гибкость 200

Кoeffициенты надежности по ответственности 1

надежности по нагрузке 1

длительной части 0

Варианты расчета

Расчет по трещиностойкости

Статическая неопределимость

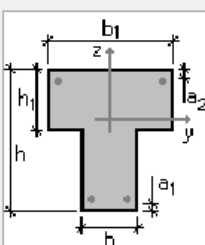
Арматура Класс

Продольная A500

Поперечная A500

Огнестойкость

b	h	b ₁	h ₁	a ₁	a ₂
мм	мм	мм	мм	мм	мм
300	500	700	100	50	50



Защитный слой

а

Диagramma факторов [СП 63.13330.2018]

Проверка		Коэффициент		Загружение
Прочность по предельному моменту сечения		0,798	Green	1
Деформации в сжатом бетоне	пп. 8.1.20-8.1.30	0,45	Green	1
Деформации в растянутой арматуре	пп. 8.1.20-8.1.30	0,07	Green	1
Прочность по бетонной полосе между наклонными сечениями	пп. 8.1.32, 8.1.34	0,709	Green	1
Прочность по наклонным сечениям без поперечной арматуры	пп. 8.1.33, 8.1.34	5,877	Red	1

OK

Вычислить

Отчет

Справка

2018

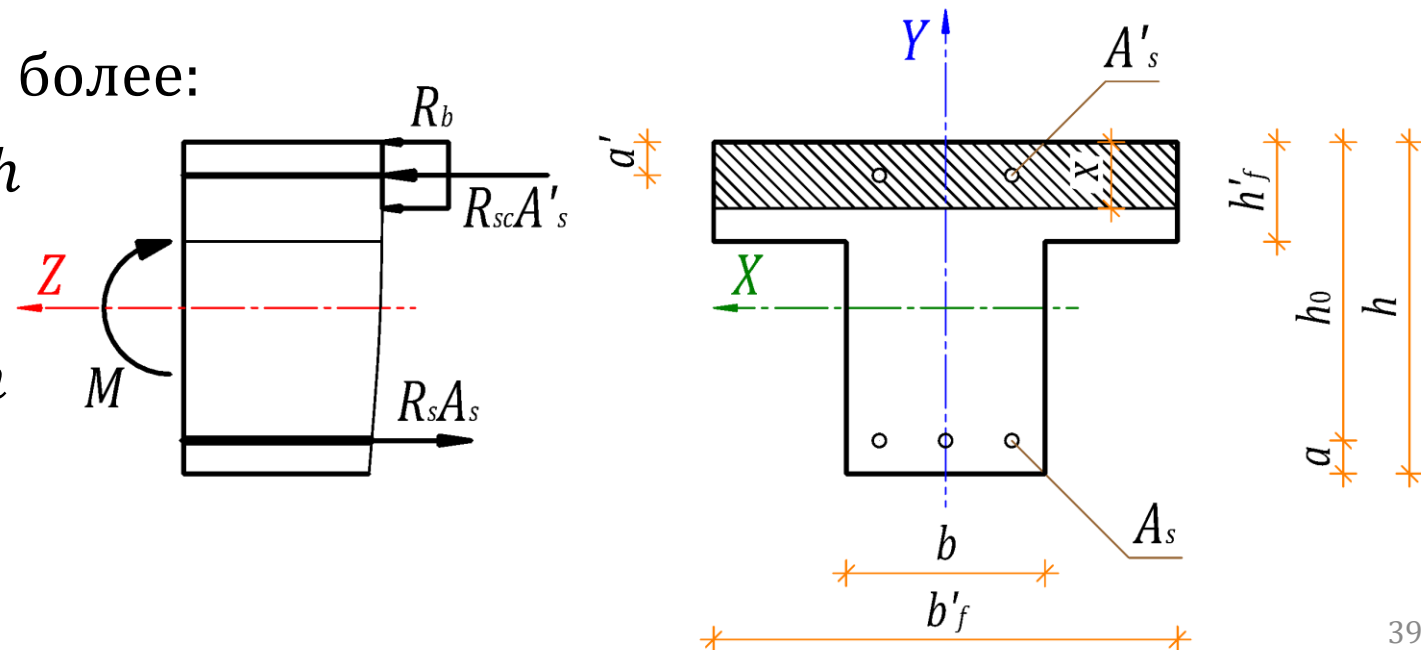
Ширина свесов полки (п. 8.1.11 СП 63)

В каждую сторону от ребра принимается не более $1/6$ длины пролета элемента – $(b'_f - b)/2 \leq l/6$ и не более:

- $1/2$ расстояния в свету между продольными ребрами *при наличии поперечных ребер или при $h'_f \geq 0,1h$*
- $6h'_f$ *при отсутствии поперечных ребер или при расстояниях между ними больших, чем расстояния между продольными ребрами, и $h'_f < 0,1h$*

При консольных свесах полки не более:

- $6h'_f$ или $(b'_f - b)/2$ *при $h'_f \geq 0,1h$*
- $3h'_f$ *при $0,05h \leq h'_f < 0,1h$*
- Не учитываются *при $h'_f < 0,05h$*



Расчет изгибаемых ЖБЭ (п. 8.1.12, 8.1.13 СП 63)

Прямоугольного и таврового (со сжатой полкой) сечений при $\xi = \frac{x}{h_0} > \xi_R$ по нормальным сечениям допускается выполнять по формулам:

$$M \leq M_{ult} = R_b \cdot b \cdot x(h_0 - x/2) + R_{sc} \cdot A'_s(h_0 - a')$$

$$M \leq M_{ult} = R_b \cdot b \cdot x(h_0 - x/2) + R_b(b'_f - b)h'_f(h_0 - h'_f/2) + R_{sc} \cdot A'_s(h_0 - a')$$

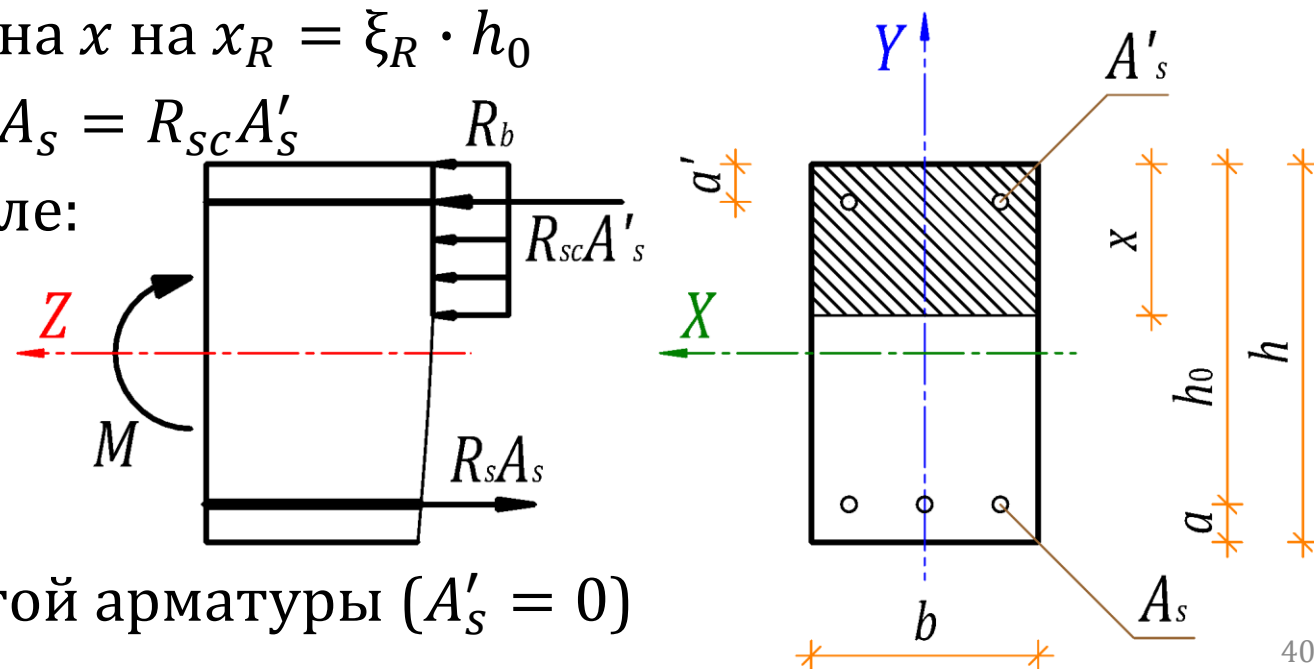
с заменой высоты сжатой зоны бетона x на $x_R = \xi_R \cdot h_0$

При симметричном армировании $R_s A_s = R_{sc} A'_s$ значение M_{ult} определяют по формуле:

$$M_{ult,t} = R_s \cdot A_s(h_0 - a') \text{ или}$$

$$M_{ult,t} = R_s \cdot A_s(h_0 - x/2), \text{ в случае}$$

$x < 2a'$, вычисленной без учета сжатой арматуры ($A'_s = 0$)



Расчет ЖБЭ на местное сжатие (п. 8.1.43 СП 63)

- Выполняется при действии сжимающей силы, приложенной на ограниченной площади нормально к поверхности железобетонного элемента. При этом учитывают повышенное сопротивление сжатию бетона в пределах грузовой площади (площади смятия) за счет объемного напряженного состояния бетона в этой области, зависящее от ее расположения на поверхности элемента
- При наличии косвенной арматуры в зоне местного сжатия учитывают дополнительное повышение сопротивления сжатию бетона под грузовой площадью за счет сопротивления косвенной арматуры

Расчет ЖБЭ на местное сжатие (п. 8.1.44 СП 63)

При отсутствии косвенной арматуры:

$$N \leq \psi \cdot R_{b,loc} \cdot A_{b,loc}$$

где N – внешняя сосредоточенная сила

ψ – коэффициент, принимаемый равным 1,0 при равномерном и 0,75 при неравномерном распределении местной нагрузки по площади смятия

$A_{b,loc}$ – площадь приложения сжимающей силы (площадь смятия)

$R_{b,loc} = \varphi_b \cdot R_b$ – расчетное сопротивление бетона при местном сжатии,

$$\text{где } 1,0 \leq \varphi_b = 0,8 \sqrt{\frac{A_{b,max}}{A_{b,loc}}} \leq 2,5$$

$A_{b,max}$ – максимальная расчетная площадь в зависимости от расположения грузовой площади на поверхности элемента

Максимальная расчетная площадь $A_{b,max}$

Определяется с учетом следующих положений:

- Центры тяжести площадей $A_{b,loc}$ и $A_{b,max}$ совпадают
- Границы расчетной площади $A_{b,max}$ отстоят от каждой стороны площади $A_{b,loc}$ на расстоянии, равном соответствующему размеру этих сторон

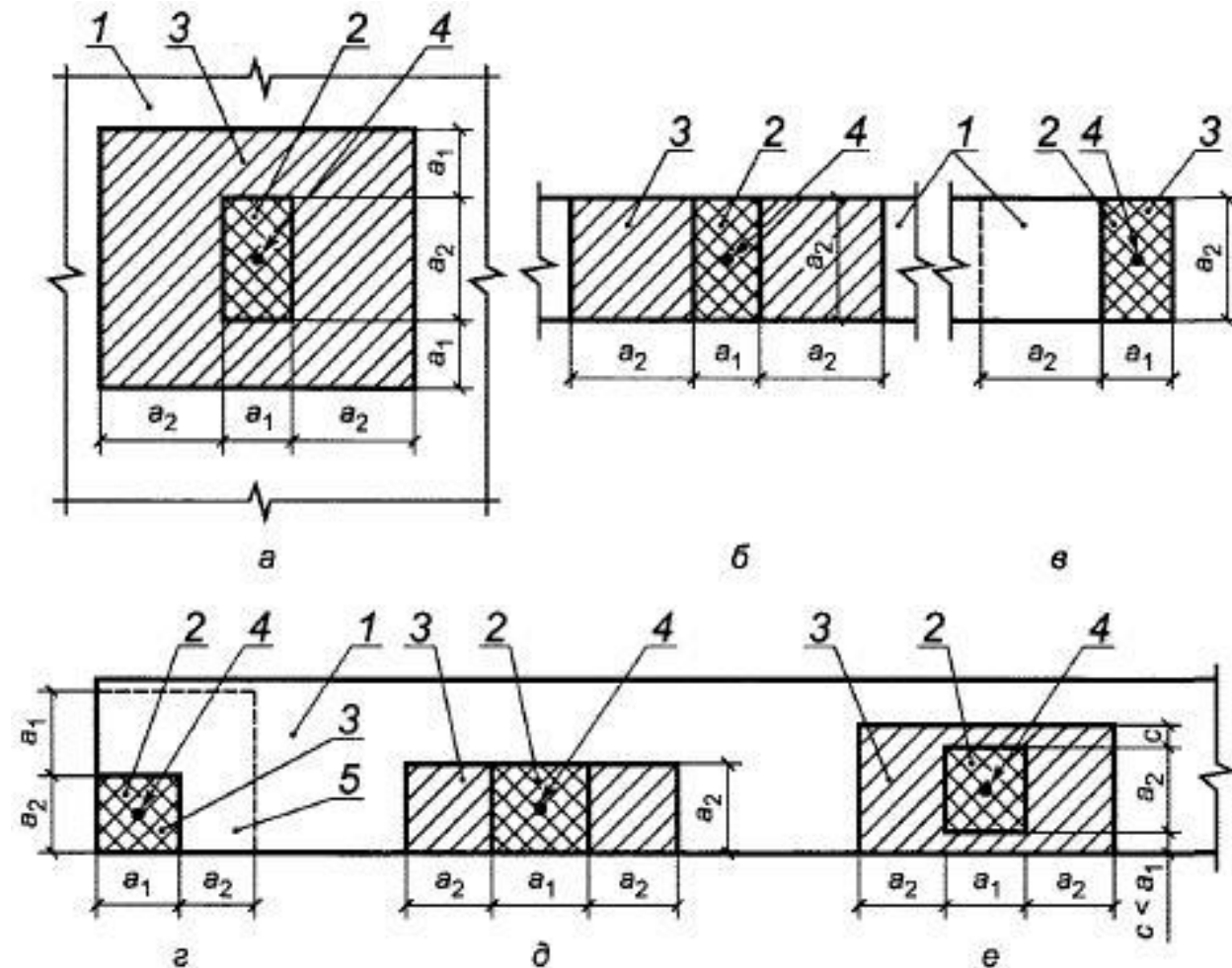
Обозначения к схеме:

1 – поверхность элемента;

2 – площадь смятия $A_{b,loc}$;

3 – максимальная расчетная площадь $A_{b,max}$; 4 – центр тяжести площадей $A_{b,loc}$ и $A_{b,max}$;

5 - минимальная зона косвенного армирования сетками, которая учитывается в расчете



Расчет ЖБЭ на местное сжатие (п. 8.1.45 СП 63)

При наличии косвенной арматуры в виде сварных сеток:

$$N \leq \psi \cdot R_{bs,loc} \cdot A_{b,loc} \leq 2\psi \cdot R_{b,loc} \cdot A_{b,loc}$$

где N , ψ , φ_b , $A_{b,loc}$ и $A_{b,max}$ – по аналогии с п. 8.1.44 СП 63.13330

$R_{bs,loc} = \varphi_b \cdot R_b + 2\varphi_{s,xy} \cdot R_{s,xy} \cdot \mu_{s,xy}$ – приведенное расчетное сопротивление бетона при местном сжатии с учетом косвенной арматуры,

где $\varphi_{s,xy}$ и $\mu_{s,xy}$ – коэффициенты определяемые по формулам:

$$\varphi_{s,xy} = 0,8 \sqrt{\frac{A_{b,loc,ef}}{A_{b,loc}}} \quad \text{и} \quad \mu_{s,xy} = \frac{n_x \cdot A_{sx} \cdot l_x + n_y \cdot A_{sy} \cdot l_y}{sA_{b,loc,ef}},$$

где $A_{b,loc,ef}$ – площадь сетки косвенного армирования по крайним стержням

$n_x \cdot A_{sx} \cdot l_x$ и $n_y \cdot A_{sy} \cdot l_y$ – количество, площадь сечения и длина стержней по X и Y

s – шаг сеток косвенного армирования

Пример 5. Железобетонная балка на местное сжатие

Дано: монолитные железобетонные балки из Примеров 2 ($P_{Y,2} = 200$ кН) и 4 ($P_{Y,4} = 400$ кН) без косвенного армирования, площадь смятия $A_{b,loc} = 0,01$ м² ($a_1 = a_2 = c = 100$ мм) расположена по центру ширины поперечного сечения балки (на продольной оси)

Определяем коэффициент φ_b :

$$\varphi_b = 0,8 \sqrt{\frac{A_{b,max}}{A_{b,loc}}} = 0,8 \sqrt{\frac{(2a_2 + a_1)(2c + a_2)}{A_{b,loc}}} = 0,8 \sqrt{\frac{(2 \cdot 0,1 + 0,1) \cdot (2 \cdot 0,1 + 0,1)}{0,01}} = 2,4 \leq 2,5$$

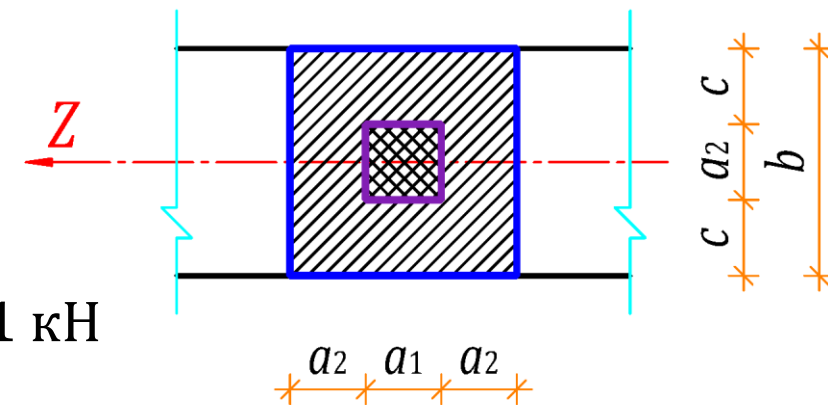
Определяем расчетное сопротивление бетона при местном сжатии:

$$R_{b,loc} = \varphi_b \cdot R_b = 2,4 \cdot 14,5 \cdot 10^3 = 34,8 \cdot 10^3 \text{ кПа}$$

Проверяем выполнение условия прочности для балок из Примеров 2 и 4:

$$P_{Y,2} = 200 \text{ кН} \leq \psi R_{b,loc} A_{b,loc} = 0,75 \cdot 34,8 \cdot 10^3 \cdot 0,01 = 261 \text{ кН}$$

$$P_{Y,4} = 400 \text{ кН} > \psi R_{b,loc} A_{b,loc} = 0,75 \cdot 34,8 \cdot 10^3 \cdot 0,01 = 261 \text{ кН}$$



Литература:

- ГОСТ 7473-2010 Смеси бетонные
- ГОСТ 26633-2012 Бетоны тяжелые и мелкозернистые
- СП 63.13330.2018 Бетонные и железобетонные конструкции

ИФО | 01.03.04 | ПМ | 6-й семестр

Строительные конструкции

Лекция №20



НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ

**СТРОИТЕЛЬНЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ**

www: mgsu.ru/universityabout/Struktura/Kafedri/ZhBK/

e-mail: gbk@mgsu.ru; dpekin@mail.ru

тел.: +7 495 287 49 14 доб. 3036, 3084

Пекин Дмитрий Анатольевич, доцент, к.т.н.